

# PORTAFOLIO INTERNACIONAL

## Modelación y Optimización

### Resumen <sup>1</sup>

Con la integración de los grandes centros financieros del mundo, los inversionistas pueden acceder a la información diaria y en tiempo real relacionados con los diferentes instrumentos de inversión con miras a estructurar sus carteras.

En el proceso de minimizar el riesgo, los agentes económicos están deseosos de conocer la volatilidad y rendimiento esperado de los activos financieros individuales. De forma similar, la toma de decisión para invertir en acciones, pasa por conocer el riesgo marginal, el factor de ajuste al riesgo de mercado (beta), el riesgo sistémico, el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), bursatilidad, precio máximo y mínimo en el último año, valor del yield (dividendo por acción), nivel de correlación de los rendimientos de la empresa frente al conjunto de la economía, situación de la empresa, sector, industria; entre otros fundamentales.

Analizar en conjunto la inversión en acciones implica la búsqueda de la diversificación por medio de la estructuración de portafolios en el contexto de la teoría de Markowitz. Para el presente trabajo se toma la cotización histórica de 5 empresas (Pepsico, Citigroup, Pfizer, British Airways, General Motor y el índice de mercado Dow Jones). La muestra se compone de 7.020 cotizaciones diarias desde el 1 de enero de 2000 hasta agosto 31 de 2004.

El objetivo general del presente estudio consiste en aplicar la teoría de la diversificación para hallar, mediante un muestreo aleatorio de cinco empresas, el portafolio óptimo, su rendimiento esperado, su volatilidad y la composición. Lo anterior, se logra a través de la herramienta Solver de Excel.

Palabras claves: Rendimiento esperado, volatilidad, correlación, matriz varianzas covarianzas, diversificación, riesgo marginal (coeficiente de variación), cartera eficiente. Término clave: año bursátil: 252 días.

---

<sup>1</sup> Trabajo elaborado por. FERNANDO DE JESÚS FRANCO CUARTAS. Administrador de Negocios EAFIT. Especialista en Finanzas EAFIT. Estudios de: MBA Sc. EAFIT / HEC Canadá. Maestría Economía U.N. Medellín. Profesor universitario. Consultor Gerencial. E\_mail ejecutivo: [ffrancoc@epm.net.co](mailto:ffrancoc@epm.net.co). E\_corporativo: [gaceta@gacetafinanciera.com](mailto:gaceta@gacetafinanciera.com)

## INTRODUCCIÓN

Los inversionistas para proteger sus recursos, en lugar de invertir en una sola alternativa, buscan varios activos financieros en los cuales depositan sus recursos en forma proporcional al riesgo y la rentabilidad esperada.

Las fuentes teóricas y prácticas para que el inversionista cumpla con el objetivo de disminuir el riesgo (diversificación) son cada vez mayores. Desde lo pragmático, basta con observar la procedencia de los activos financieros, es decir, invertir en sectores diferentes para allanar el camino de la diversificación. Lo anterior no es suficiente, es necesario entonces refugiarnos en la teoría y, es así, como debemos modelar el grado de correlación entre los rendimientos de las diferentes alternativas de inversión, calcular la volatilidad y rendimiento de cada empresa, conocer en detalle el portafolio de servicios ofertados por la corporación en la cual se desea invertir (análisis fundamental) y cuánto se debe invertir en cada uno de los activos que conforman la cartera objetivo para el inversionista.

La varianza (VAR) del portafolio es una función del nivel de covarianza de los activos entre si y del nivel de riqueza que cada activo aporta al mismo:

$$VAR = \sum_{j=0}^n \sum_{i=1}^n W_{ij} * COV(i, j) \text{ Ec. 1}$$

Este índice habla de la magnitud total del riesgo del portafolio, motivo por el cual se prefiere la desviación estándar  $\sigma(Rp) = \sqrt{VAR(Rp)}$  ya que ésta última, envía mensajes más contundentes a los inversionistas, en el sentido de ubicar la dispersión por encima ó por debajo, de sus rentabilidades frente a un valor central (valor esperado de los rendimientos:  $E(Rp)$  ).

En el proceso de estructurar carteras de inversión, se encuentran activos con correlación positiva, negativa ó muy cercana a cero. Cuando los activos están correlacionados en forma positiva, desde la mirada teórica y matemática, es imposible la diversificación (encontrar portafolios con riesgo menor al menor riesgo individual presente en la cartera: (desviación estándar). Cuando el índice de correlación entre los activos es muy cercano a cero, es posible encontrar un portafolio con un riesgo inferior al menor riesgo individual presente en la cartera; en este caso se habla de diversificación leve. El tercer caso o escenario de total diversificación, se presenta cuando los activos están correlacionados en forma negativa (inversa), es acá donde es posible hallar el portafolio óptimo para el inversionista racional con aversión al riesgo.

El aporte del presente estudio es brindar una aproximación, del modelo de regresión lineal de dos variables, para el común de los inversionistas, que son la mayoría, desde la hoja de cálculo, y no desde el rigor econométrico<sup>2</sup>, para la orientación y dotación de elementos de análisis en la toma de decisiones de inversión.

---

<sup>2</sup> Para citar un solo test, p.e. mostrar que los precios de cierre utilizados son un proceso estocástico estacionario con media y varianza constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos cotizaciones

## RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.

Las 7.020 cotizaciones se obtuvieron del NYSE<sup>3</sup> por medio del enlace [www.gacetafinanciera.com/Portafolios en la Práctica: R.V](http://www.gacetafinanciera.com/Portafolios en la Práctica: R.V). Lo primero consistió en obtener el ticket symbol (nomotécnico con el cual es reconocida la empresa en la bolsa de valores de nueva York) por medio de la ruta: profile, symbol lookup, company and fund index; acá la plataforma (yahoo.com) nos brinda la opción de encontrarlos por sector, industry, forma alfabética o digitando el nombre deseado en el campo respectivo. Con el nomotécnico se procede a obtener la cotización histórica desde el 1 de enero de 2000 hasta agosto 31 de 2004 con frecuencia diaria.

## METODOLOGÍA

Se parte del desempeño histórico del comportamiento de los precios de cierre del índice de mercado y de cinco empresas seleccionadas, que cotizan en la bolsa de Nueva York.; debido a que el análisis de las series de tiempo se basa en la elaboración del modelo de regresión de una sola ecuación. Una serie de tiempo de precios de cierre relacionaría esta variable con sus valores pasados y con variables que describen la naturaleza aleatoria de su comportamiento pasado.<sup>4</sup>

El criterio de selección de las empresas parte de la intuición de invertir en sectores opuestos, es decir, la primera aproximación desde lo práctico para lograr la diversificación. Con el nomotécnico se procede a ubicar estos sectores. Ver tabla 1.

Tabla 1

Empresa	Sector	Industria	No. Empleados
Pepsico	Consumo masivo	Bebidas no alcohólicas	143.000
General Motor	automotriz	Manufactura	323.000
Citigroup	Financiero	Moneda y Banca	253.000
British Airways	Transporte aéreo	Aerolínea	51939
Pfizer	Cuidados salud	Drogas al por mayor	122.000

Como se planteó, la idea es modelar, desde la estadística, el criterio de la diversificación; por esto la cotización de precios de cada una de las empresas las organizamos en una matriz en orden ascendente (desde enero 1 de 2000 a 31 de agosto de 2004). Segundo, y con base en la matriz anterior se calcula la rentabilidad<sup>5</sup> diaria en forma discreta; la formulación empleada es:

$$R_i = \left( \frac{Cot_{(t+1)}}{Cot_{(t)}} \right) - 1.$$

---

depende solamente de la distancia o rezago entre estas dos fecha de cotización y no del tiempo en el cual se ha calculado la covarianza. Gujarati, Damodar. Econometría. 3ª. Edición. P. 697.

<sup>3</sup> New York Stock Exchange.

<sup>4</sup> Series de tiempo. Pindyck, Robert. Econometría Modelos y Pronósticos. McGraw Hill. 4ª. Edición. p. 487\_8

<sup>5</sup> En el presente trabajo no se tiene en cuenta el valor de los dividendos.

El análisis cuantitativo de riesgo y rentabilidad individual se construye con base en funciones del Excel y la cual arroja los siguientes resultados. Tabla 2.

Tabla 2.

	INDICADORES DE DISPERSIÓN					
	PFIZER	PEPSICO	GENERAL	CITIGROUP	BRITISH	DJONES
E(Ri)	0,02%	<b>0,04%</b>	-0,02%	0,02%	0,01%	-0,02%
E(Ri) anual	5,49%	10,56%	-6,03%	4,48%	2,96%	-5,23%
Volatilidad	2,00%	<b>1,69%</b>	2,29%	2,38%	3,24%	1,84%
Volatilidad anual	31,70%	26,88%	36,40%	37,77%	51,40%	29,27%
Marginalidad	94,1	<b>42,5</b>	-92,9	136,8	279,5	-86,4
Riesgo Total	<b>0,04%</b>	<b>0,03%</b>	<b>0,05%</b>	<b>0,06%</b>	<b>0,10%</b>	<b>0,03%</b>

La empresa con los mejores indicadores es Pepsico: rentabilidad promedio diaria en los últimos 1170 días de 0.04% para una tasa esperada equivalente anual de 10.56% (año bursátil de 252), seguido de pfizer con 5.49%, citigroup con 4.48%, british airways con 2.96% y general motor con desvalorización promedio anual del 6.03%. De igual manera, se lee en la tabla 2 que, la empresa que muestra rendimientos con menor volatilidad es pepsico, con 1.69% promedio diario equivalente a 26.88% anual (volatilidad diaria multiplicada por  $\sqrt{t}$ ). El coeficiente de variación ó riesgo marginal (marginalidad) de esta empresa es de 42.5 lo cual nos indica que por cada variación en una unidad porcentual en el rendimiento esperado, el riesgo base se amplifica en 42.5 veces.

También se observa que el riesgo total de Pepsico en promedio diario es 0.03% que como se manifestó en líneas precedentes, no envía señales contundentes al inversionista como si lo hace la desviación estándar (volatilidad). Estas señales me determinan los intervalos de volatilidad de los rendimientos. Tabla 3.

Tabla 3.

Criterio	Intervalo		P(Acierto)	P(No acierto)
	$E(Ri) \pm \sigma(Ri)$	-1,65%	1,73%	68% *
$E(Ri) \pm 2 \otimes \sigma(Ri)$	-3,35%	3,43%	98% *	2%
$E(Ri) \pm 3 \otimes \sigma(Ri)$	-5,04%	5,12%	99,70% *	0,3%

• Fuente. De Lara Haro, Alfonso. Medición y control de riesgos financieros. 2002

De la tabla 3. Se concluye que la probabilidad que los rendimientos promedio para un inversionista en Pepsico se ubiquen entre -1.65% y 1.73% es del 68% La probabilidad que los rendimientos no estén en dicho intervalo es del 32% (1-68%). En forma análoga para los otros dos intervalos.

Para iniciar estrategias activas, de cara a la diversificación, se hace necesario obtener el coeficiente de correlación por medio de la función: análisis de datos, coeficiente de correlación del Excel. Como se ilustra en la tabla 4; la correlación es un índice simétrico, es decir, la correlación entre los rendimientos del activo A, con los rendimientos del activo B, es igual al nivel de correlación entre los rendimientos del activo B con los rendimientos del activo A; por eso no existen valores a la derecha sobre la diagonal principal. Además, la correlación de un activo consigo mismo es 1. Los activos financieros que ofrecen posibilidad de diversificación, en el presente estudio, son las acciones de British y Pfizer con correlación inversa  $\rho(= -3.42\%)$ ; British y General Motor con  $\rho = -9.81\%$  y entre British y Citigroup con  $\rho = -5.20\%$ . Hay que recordar que las correlaciones directas o inversas muy cercanas a cero también ofrecen diversificación leve, lo cual no ocurre cuando la correlación directa es alta.

Tabla 4.

**MATRIZ DE CORRELACIÓN**

	<b>PFIZER</b>	<b>PEPSICO</b>	<b>GENERAL</b>	<b>CITIGROUP</b>	<b>BRITISH</b>	<b>DJONES</b>
<b>PFIZER</b>	1					
<b>PEPSICO</b>	20,96%	1				
<b>GENERAL</b>	6,09%	2,08%	1			
<b>CITIGROUP</b>	17,87%	3,09%	44,06%	1		
<b>BRITISH</b>	<b>-3,42%</b>	2,53%	<b>-9,81%</b>	<b>-5,20%</b>	1	
<b>DJONES</b>	1,12%	0,57%	<b>-4,80%</b>	<b>-0,28%</b>	36,68%	1

Ahora, General Motor y Citigroup brindan al inversionista mayor posibilidad de diversificación de su portafolio dada la relación inversa con el mercado: -4.80% y - 0.28% en forma respectiva. La correlación es una función del nivel de covarianzas y de la volatilidad individual entre un par de activos financieros, como se indica en el modelo:

$$\rho(Ra, Rb) = \left[ \frac{COV(a, b)}{\sigma(Ra) \times \sigma(Rb)} \right]$$

La covarianza Tabla 5. Habla de la dispersión simultánea entre dos activos financieros; su valor se obtiene despejando de la ecuación anterior o aplicando la ecuación

$$COV(Ra, Rb) = \sum_{i=1}^n P_i \times [(Ra - ERa) \otimes (Rb - ERb)]$$

Los valores ideales, para disminuir el riesgo de la cartera, de la covarianza entre los activos, van en la dirección del coeficiente de correlación. Ver tabla 5.

Tabla 5.

<b>MATRIZ DE VARIANZAS COVARIANZAS</b>						
	<i>PFIZER</i>	<i>PEPSICO</i>	<i>GENERAL</i>	<i>CITIGROUP</i>	<i>BRITISH</i>	<i>DJONES</i>
<b>PFIZER</b>	<b>0,04%</b>					
<b>PEPSICO</b>	0,0071%	<b>0,03%</b>				
<b>GENERAL</b>	0,0028%	0,0008%	<b>0,05%</b>			
<b>CITIGROUP</b>	0,0085%	0,0012%	0,0240%	<b>0,06%</b>		
<b>BRITISH</b>	0,0022%	0,0014%	-0,0073%	-0,0040%	<b>0,10%</b>	
<b>DJONES</b>	0,0004%	0,0002%	-0,0020%	-0,0001%	0,0219%	<b>0,03%</b>

La matriz anterior debe su nombre de varianza debido a que la covarianza de un activo en relación a si mismo (ver valores de la diagonal principal) es la varianza del activo, por ejemplo, la covarianza de Pzifer con Pfizer: 0.04% es igual a la varianza de el mismo: Riesgo total (tabla 2): 0.04%. Al igual que la correlación, la covarianza es simétrica, motivo por el cual se encuentran vacíos los valores a la derecha de la diagonal de la matriz de varianzas covarianzas.

Tabla 6.

<b>MATRIZ DE PARTICIPACIONES</b>						
	<i>PFIZER</i>	<i>PEPSICO</i>	<i>GENERAL</i>	<i>CITIGROUP</i>	<i>BRITISH</i>	
<b>%P</b>	20%	20%	20%	20%	20%	<b>100%</b> 100%

El objetivo de todo inversionista es obtener los valores ideales para invertir en cada activo, de tal suerte que maximice la rentabilidad a un mínimo riesgo. Las cantidades que se muestran en la tabla 6; son aleatorios y se constituyen en las celdas a cambiar mediante las iteraciones de la función solver del Excel. Lo importante es considerar la primera restricción, en el sentido que la inversión en todos y cada uno de los activos deber ser mayor e igual que cero y la sumatoria igual al 100%. La celda que se encuentra al lado del 100% sombreado en azul es el primer parámetro para la función solver.

Tabla 7.

<b>VARIANZA DEL PORTAFOLIO: MARKOWITZ</b>		
<b>PFIZER</b>	<b>PFIZER</b>	0,00159%
<b>PFIZER</b>	<b>PEPSICO</b>	0,00028%
<b>PFIZER</b>	<b>GENERAL</b>	0,00011%
<b>PFIZER</b>	<b>CITIGROUP</b>	0,00034%
		-
<b>PFIZER</b>	<b>BRITISH</b>	0,00009%
<b>PEPSICO</b>	<b>PFIZER</b>	0,00028%
<b>PEPSICO</b>	<b>PEPSICO</b>	0,00115%
<b>PEPSICO</b>	<b>GENERAL</b>	0,00003%
<b>PEPSICO</b>	<b>CITIGROUP</b>	0,00005%

PEPSICO	BRITISH	0,00006%	
GENERAL	PFIZER	0,00011%	
GENERAL	PEPSICO	0,00003%	
GENERAL	GENERAL	0,00210%	
GENERAL	CITIGROUP	0,00096%	
		-	
GENERAL	BRITISH	0,00029%	
CITIGROUP	PFIZER	0,00034%	
CITIGROUP	PEPSICO	0,00005%	
CITIGROUP	GENERAL	0,00096%	
CITIGROUP	CITIGROUP	0,00226%	
		-	
CITIGROUP	BRITISH	0,00016%	
		-	
BRITISH	PFIZER	0,00009%	
BRITISH	PEPSICO	0,00006%	
		-	
BRITISH	GENERAL	0,00029%	
		-	
BRITISH	CITIGROUP	0,00016%	
BRITISH	BRITISH	0,00419%	
	<b>VAR(p)</b>	0,0139%	
	<b>Riesgo</b>	<b>1,1786%</b>	2,00%
	<b>E(Rp)</b>	<b>0,0131%</b>	

La tabla 7. Muestra el desarrollo de la doble sumatoria del modelo para la varianza de un portafolio de cinco activos. Ver Ec. 1. Es de anotar que el presente resultado se puede lograr por medio del producto matricial que trae el Excel: MMULT(A, B). La varianza para el portafolio base en el cual se desea invertir 20% en todas y cada de las acciones es 0.0139% equivalente al 1.1786% con una rentabilidad esperada de 0.0131%. La rentabilidad esperada de un portafolio viene dada por

$$E(Rp) = \sum_{i=1}^n W_i \otimes E(R_i) \text{ Ec. 2}$$

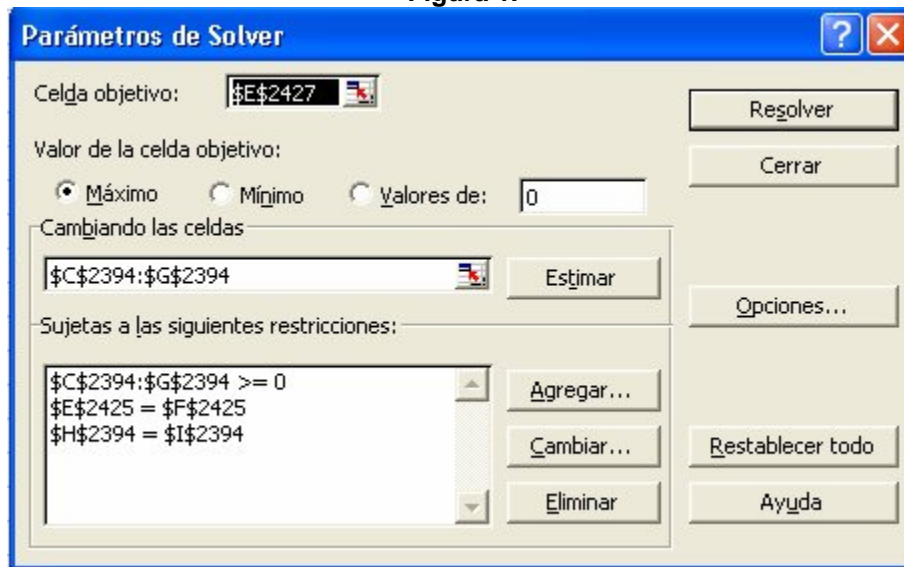
De la Ec. 2 se sigue que  $W_i$  es el porcentaje de participación de cada activo en el portafolio y  $E(R_i)$  es el rendimiento esperado de cada activo antes de formar el portafolio.

La celda que contiene el 2% (tabla 7.) al lado derecho del valor del riesgo del portafolio recibe el nombre de celda de sensibilización del portafolio y, se constituye en el segundo parámetro del solver. Acá se digitan los valores de riesgo que pertenecen al intervalo entre el menor riesgo del activo individual y el mayor riesgo del activo individual que estructuran la cartera. Ver tabla 2. Fila de volatilidades para el presente caso el menor es 1.69% y el mayor es 3.24%. Como en la matriz de correlaciones se encuentran relaciones inversas, existen, a esta altura del análisis, la posibilidad de encontrar portafolios con riesgo menor al menor riesgo del activo individual presente en la cartera de cinco acciones objeto de este estudio.

Una vez estructuradas las matrices de correlación, riquezas, covarianzas, obtenido el riesgo y el valor esperado del portafolio base, se procede a optimizar la relación riesgo rendimiento con base en la construcción de la función Solver. Figura 1. El primer campo a llenar en la ventana de dialogo consiste en seleccionar la celda objetivo, en este caso, el valor esperado del portafolio. En segundo lugar, como la función objetivo es el rendimiento esperado, se procede a la maximización de la misma. En el campo: cambiando las celdas se registra la matriz de riquezas. Como paso cuarto, debemos agregar las restricciones siguientes:

Las inversiones en cada celda que contiene los porcentajes de riquezas sean mayores e iguales a cero; que la celda que contiene la sumatoria de las riquezas, vale decir, el 100% sea igual a la celda del lado derecho. Ver tabla 6; y la última restricción, se hace que la celda que contiene el riesgo del portafolio sea igual a la celda del lado derecho (la que contiene el 2%). Ver tabla 7. De nuevo, esta celda recibe el nombre de celda de sensibilización del solver. Para finalizar pulsamos la opción cerrar.

Figura 1.



El intervalo de sensibilización para el presente trabajo es: Limite superior 3.24% y limite inferior 1.69%, pero recordemos que como la matriz de correlación tiene valores negativos vamos a intentar obtener portafolios con riesgo menor a este limite inferior. Digitamos en la celda de sensibilización el valor 3.3% y activamos la función solver y le decimos resolver. El programa inicia una serie de iteraciones hasta que muestra que solver no ha hallado una solución valida después de verificar las restricciones. Luego le digitamos el valor de 3.24% y solver ha hallado una solución valida y se han satisfecho todas las restricciones. Una vez sensibilizado por el limite superior, procedemos a realizar la operación por el limite inferior y, encontramos que solver encuentra soluciones hasta el valor de 1.2%. Después de sensibilizar en los extremos del intervalo, se procede a obtener parejas ordenadas (combinación de portafolios) como indica en la tabla 8. Para graficar y obtener la frontera eficiente, es decir, la trayectoria que contiene los portafolios eficientes. Ver figura 2.



Por cada corrida del solver se arroja una combinación entre riesgo asumido y valor esperado; de igual forma cambia la matriz de riqueza asociada a esta combinación. Cuando se obtiene la última solución por el límite inferior de las volatilidades individuales, se procede a guardar el informe de respuestas, pues en este se contempla la composición del portafolio óptimo, su rendimiento esperado y el nivel de riesgo asumido por el inversionista. Ver tabla 9.

Tabla 8.

**Riesgo E(Rp)**

1,2%	0,0224%
1,3%	0,0327%
1,4%	0,0349%
1,5%	0,0368%
1,6%	0,0385%
1,7%	0,0399%

Figura 2.

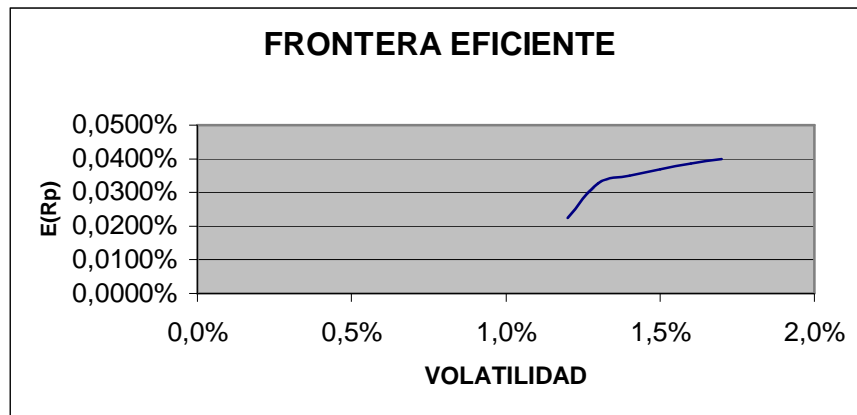


Tabla 9.

**Celda objetivo (Máximo)**

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
\$E\$2417	E(Rp) GENERAL	0,0131%	<b>0,0224%</b>

**Celdas cambiantes: % Participación**

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
\$C\$2384	%P PFIZER	20%	<b>33%</b>
\$D\$2384	%P PEPSICO	20%	<b>26%</b>
\$E\$2384	%P GENERAL	20%	<b>2%</b>
\$F\$2384	%P CITIGROUP	20%	<b>22%</b>
\$G\$2384	%P BRITISH	20%	<b>17%</b>

Los inversionistas racionales con aversión al riesgo, les interesa conocer que porcentaje del riesgo total es diversificable y cual no. Por esta razón, nos apoyamos en el análisis de regresión del Excel y procedemos a realizar los test para cada empresa frente al mercado.

Los resultados arrojados por el Excel son extensiones del modelo de regresión lineal de dos variables aplicados a la teoría de portafolios<sup>6</sup>. Activando la opción análisis de datos y luego la regresión, el programa nos arroja la ventana de dialogo que se observa en la figura 3.

El rango **Y** de entrada viene dado por los rendimientos de la acción de Pepsico, y el rango **X** de entrada corresponde a los rendimientos del Dow Jones. El sistema te brinda la opción de modificar el nivel de confianza si lo consideras prudente, en el presente ejercicio, se utilizó el nivel de confianza por default. Algunos de los resultados de esta primera regresión se detallan en la tabla 10. Veamos: Se ratifica el nivel de correlación entre la empresa Pepsico y los rendimientos del mercado obtenidos en la tabla 4; por valor de 0.57%. El coeficiente de determinación  $R^2$ <sup>7</sup>: 0.003% es el porcentaje de los rendimientos de Pepsico que son explicados por el comportamiento del mercado. Este valor es igual al calculado como porcentaje del riesgo sistémico que está presente en el riesgo total de los rendimientos de la acción de Pepsico. Ver tabla 15.

La tabla 10 muestra el tamaño de la muestra 1169 rendimientos y el valor del factor de ajuste al riesgo de mercado: beta ( $\beta$ ): Variable X1. El cual coincide con el resultado de aplicar el modelo del beta en la tabla 15; el modelo utilizado es:

$$\beta(Ra, Rm) = \left[ \frac{COV(Ra, Rm)}{VAR(Rm)} \right] \text{ Ec. 3}$$

De la Ec.3.  $Ra$  = rendimientos del activo A y  $Rm$  = rendimientos del mercado. Nótese los valores idénticos para el caso de todas las acciones.

Siguiendo con la descomposición del riesgo total de cada acción, tenemos que el riesgo sistémico es igual a

$$RS = \beta^2 \otimes VAR(Rm) \text{ Ec. 4.}$$

La Ec. 4; nos revela la diferencia entre el factor de ajuste al riesgo de mercado, ( $\beta$ ), y el valor del riesgo sistémico (RS). Ahora el grado de riesgo sistémico presente en el riesgo total de cada activo es

$$\%RS = \frac{RS}{VAR(Ri)} \text{ Ec. 5}$$

De donde VAR ( $Ri$ ) es el riesgo total del activo  $i$  presente en la cartera. Por último, el porcentaje de riesgo no sistémico, % de RNS, es igual a  $1 - \%RS$ .

Con base en la tabla 15; se concluye que el grado de riesgo sistémico de la acción de British es 13.46% y el grado de riesgo no sistémico (riesgo diversificable) es 86.54%; el resto de

<sup>6</sup> Para ver en detalle consultar Gujarati, Damodar N. Econometría. 3ª. Edición. Capitulo 6.

<sup>7</sup> En el caso de dos variables, variable dependiente (Y) rendimientos de cada empresa y la variable explicativa, X, rendimientos del mercado: Dow Jones;  $R^2$  "mide la bondad de ajuste de la ecuación de regresión; es decir, da la proporción o porcentaje de la variación total en la variable dependiente, Y, explicada por la variable explicativa, X.". Ídem. pp. 199.

valores de la tabla 15 completan la descomposición del riesgo total de las corporaciones restantes.

Figura 3.

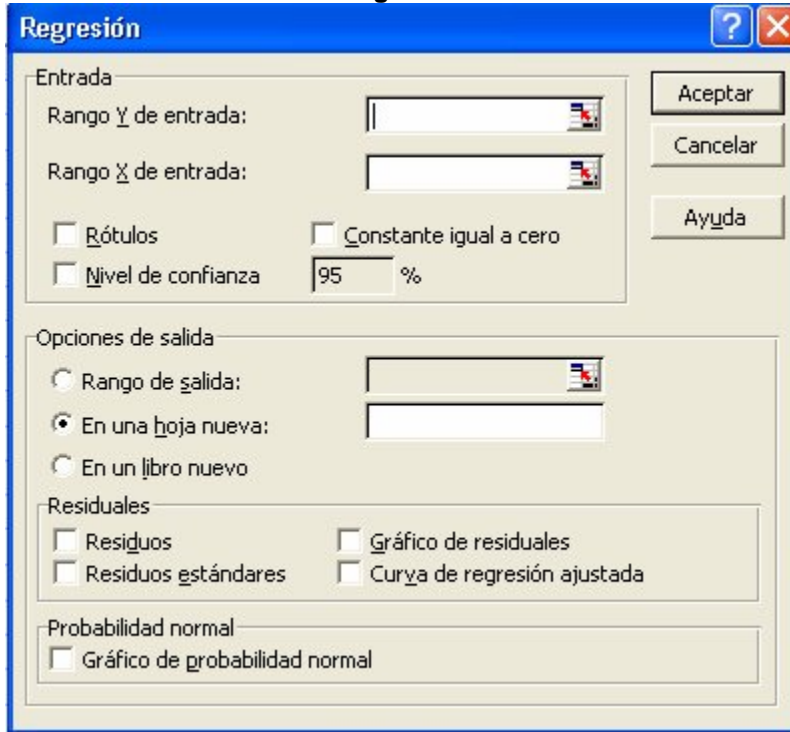


Tabla 10.

<i>Estadísticas de la regresión: PEPSICO</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	<b>0,57%</b>
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	<b>0,003%</b>
	-
R <sup>2</sup> ajustado	0,000824373
Error típico	0,016949581
Observaciones	<b>1169</b>
Variable X 1	<b>0,00524</b>

Tabla 11.

<i>Estadísticas de la regresión: PFIZER</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	<b>1,12%</b>
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	<b>0,013%</b>
	-
R <sup>2</sup> ajustado	0,000731668
Error típico	0,019982972
Observaciones	<b>1169</b>
Variable X 1	<b>0,012</b>

Tabla 12.

*Estadísticas de la regresión: GENERAL MOTOR*

Coefficiente de correlación múltiple	4,80%
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0,23%
R <sup>2</sup> ajustado	0,00144657
Error típico	0,022925342
Observaciones	1169
Variable X 1	-0,060

Tabla 13.

*Estadísticas de la regresión: CITIGROUP*

Coefficiente de correlación múltiple	0,2804%
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0,0008%
R <sup>2</sup> ajustado	0,000849027
Error típico	0,023815386
Observaciones	1169
Variable X 1	-0,004

Tabla 14.

*Estadísticas de la regresión: BRITISH*

Coefficiente de correlación múltiple	36,68%
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	13,46%
R <sup>2</sup> ajustado	0,133818001
Error típico	0,030148857
Observaciones	1169
Variable X 1	0,644

Tabla 15.

Descomposición del Riesgo Total de cada activo					
	PFIZER	PEPSICO	GENERAL	CITIGROUP	BRITISH
Beta	0,012	0,005	-0,060	-0,004	0,644
RS	0,000000	0,000000	0,000001	0,000000	0,0001
%RS	0,013%	0,003%	0,230%	0,0008%	13,456%
%RNS	99,987%	99,997%	99,770%	99,999%	86,544%

## OBSERVACIONES

El objetivo general del trabajo se logra en la medida que fue posible encontrar el portafolio óptimo (riesgo diversificado). Ver tabla 9; donde el valor esperado es 0,0224% y su nivel de volatilidad es 1,2% (menor que la menor volatilidad individual: 1,69% con una composición de riqueza de: PFIZER 33%; PEPSICO 26%; CITIGROUP 22%; BRITISH 17% y GENERAL MOTOR 2%. La rentabilidad promedio anualizada de la cartera es 5.80% (en dólares), inferior a 10.56% de Pepsico pero superior a las otras rentabilidades individuales presentes en el portafolio.

Los resultados alcanzados, en el contexto de la teoría de portafolios de Markowitz, se argumentan desde la matriz de correlación y de varianzas covarianzas, en el sentido que British Airways es el activo financiero que presenta el mayor número de correlaciones inversas: -3.42%; -9.81% y -5.20% con los rendimientos de Pfizer, General Motor y Citigroup en forma respectiva.

Como referencia la tabla 15; nos muestra que las acciones con mayor grado de riesgo sistémico (%RS) son las asociadas a la empresa British: 13.46% lo cual implica que del riesgo total de este activo, el 13.46% es explicado por el comportamiento de factores de mercado (variables exógenas), mientras que las restantes presentan un grado de riesgo no sistémico (%RNS) cercano a 1.

El mayor factor de ajuste al riesgo de mercado  $\beta(0.6)$  pertenece a British lo cual implica mayor %RS. Ver Ec.3. Por otro lado, si analizamos la tabla 5; vemos que la volatilidad conjunta de cada activo con el mercado (nivel de covarianza) es superior para los rendimientos de British: 0,0219%.

En el orden sustancial de este trabajo, es de resaltar la congruencia de los resultados obtenidos en aplicación directa de los modelos estadísticos y la regresión lineal del Excel en los indicadores de coeficiente de correlación, coeficiente de determinación ( $R^2$ ) y el beta (variable X1).

En correlato, se puede concluir: La baja participación de British (17%) en el portafolio diversificado, a pesar de ser la acción con mayor nivel de correlación inversa con los otros títulos; se debe a que presenta el menor control sobre el riesgo no sistémico (86.55%) tabla 15; y un riesgo marginal de 279,5 veces. De forma similar, el modelo de optimización, castiga a las inversiones en la empresa General Motors (2%) dada su desvalorización promedio en los últimos 1170 días bursátiles ( -0.02% equivalente al - 6.03% promedio anual).

Si se incorpora el análisis fundamental y, econométrico, al presente estudio, el inversionista obtiene mayor valor agregado al momento de tomar decisiones de inversión en el mercado de capitales para transferir el riesgo entre sus activos.

## BIBLIGRAFIA

1. Gujarati, Damodar. Econometría. 3ª. Edición. P. 697. McGraw Hill
2. Series de tiempo. Pindyck, Robert. Econometría Modelos y Pronósticos. McGraw Hill. 4ª. Edición. p. 487\_8
3. De Lara Haro, Alfonso. Medición y control de riesgos financieros. 2002
4. Harry Markowitz. [www.jstor.org](http://www.jstor.org). The journal of Finance, Volume 7, Issue 1 ( Mar, 1952), 77 – 91
5. <http://chart.yahoo.com/d?s=KO>